

Les modèles réels de la transmission internationale du cycle économique

Steve Ambler et Emanuela Cardia

Volume 71, numéro 2, juin 1995

Symposium sur les modèles du cycle économique

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/602174ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/602174ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Ambler, S. & Cardia, E. (1995). Les modèles réels de la transmission internationale du cycle économique. *L'Actualité économique*, 71(2), 193–217. <https://doi.org/10.7202/602174ar>

Résumé de l'article

Nous présentons une version simple du modèle dynamique d'équilibre général de la transmission internationale du cycle économique. Nous analysons sa solution et ses prédictions, et nous comparons ses prédictions avec les faits observés des covariations internationales des agrégats macroéconomiques. Ensuite, nous présentons un survol d'articles récents qui se sont appliqués à corriger les défaillances du modèle de base.

LES MODÈLES RÉELS DE LA TRANSMISSION INTERNATIONALE DU CYCLE ÉCONOMIQUE*

Steve AMBLER

*Centre de recherche sur l'emploi et les fluctuations économiques
Université du Québec à Montréal*

Emanuela CARDIA

*Centre de recherche et développement en économie
Université de Montréal*

RÉSUMÉ — Nous présentons une version simple du modèle dynamique d'équilibre général de la transmission internationale du cycle économique. Nous analysons sa solution et ses prédictions, et nous comparons ses prédictions avec les faits observés des covariations internationales des agrégats macroéconomiques. Ensuite, nous présentons un survol d'articles récents qui se sont appliqués à corriger les défaillances du modèle de base.

ABSTRACT — We present a simple version of a dynamic general equilibrium model of the international transmission of the business cycle. We analyze its solution and its predictions, and we compare these predictions with the observed comovements of international macroeconomic aggregates. Then, we present a survey of recent articles that have attempted to correct the flaws of the basic model.

INTRODUCTION

Le cycle économique est un phénomène qui a beaucoup de régularités à travers les pays industrialisés. Par exemple, on constate que la consommation agrégée est toujours moins variable que le PIB, tandis que l'investissement brut est sensiblement plus variable que le PIB. La consommation et l'investissement sont fortement pro-cycliques¹. Les modèles dynamiques d'équilibre général ont

* Ce texte a été réalisé dans le cadre d'un programme de recherche sur *La dynamique du marché du travail et les fluctuations économiques* financé par le Fonds FCAR, à qui nous exprimons d'ailleurs notre gratitude. Nous remercions également Louis Phaneuf, Christian Zimmermann et un arbitre pour leurs commentaires. Nous demeurons responsables des erreurs.

1. Backus et Kehoe (1992) présentent des données sur les caractéristiques du cycle économique dans un grand nombre de pays pour un échantillon qui est très long.

eu beaucoup de succès à livrer des prédictions qui sont conformes aux aspects observés du cycle économique. Prescott (1986) a même jugé que les incohérences entre les prédictions des modèles du cycle réel (modèles MCR) et les faits étaient dues à des défaillances dans la façon de mesurer certaines variables à partir des données. Récemment, les chercheurs ont trouvé de telles incohérences, surtout en ce qui concerne les covariations de variables associées au marché du travail (la corrélation entre la productivité moyenne des travailleurs et les heures totales de travail par exemple). Toutefois, il y a eu aussi du progrès réalisé dans l'adaptation des modèles MCR pour les rendre plus conformes aux faits observés. Ambler (1991), Hairault (1992) et Hansen et Wright (1992) présentent des survols de quelques développements récents des modèles MCR en économie fermée.

Outre les covariations des variables nationales qui sont semblables entre les pays industrialisés, le cycle économique est un phénomène international dans le sens de *corrélations croisées*, c'est-à-dire de corrélations entre un agrégat mesuré dans un pays et le même agrégat mesuré dans un autre pays. Récemment, ce phénomène a beaucoup intéressé les chercheurs et ce, pour deux raisons. D'abord, les spécialistes des finances internationales s'intéressent depuis longtemps à la question de la transmission internationale du cycle économique. Le calcul des corrélations croisées est une nouvelle façon de quantifier cette transmission internationale. Deuxièmement, les corrélations croisées permettent d'étendre l'ensemble des faits décrivant le cycle économique, faits qui sont par la suite utilisés pour mettre à l'épreuve l'approche MCR et pour faire ressortir les modifications qui devraient être apportées en vue d'améliorer la capacité de prédiction des modèles MCR.

Dans ce texte, nous présentons une version simple du modèle dynamique d'équilibre général de la transmission internationale du cycle économique. Il s'agit d'un modèle comprenant deux pays et qui ressemble au modèle d'économie fermée de Hansen et Wright (1992). Nous analysons en détail la façon de résoudre le modèle et de le simuler, et nous comparons ensuite ses prédictions avec les faits observés en ce qui a trait aux corrélations croisées des agrégats macroéconomiques. Ensuite, nous présentons un survol d'articles récents qui se sont appliqués à corriger les défaillances du modèle de base². Dans la section suivante, nous commençons par un bref aperçu des principaux faits que les modèles MCR doivent expliquer.

2. L'article de Backus, Kehoe et Kydland (1995) développe un modèle à deux pays qui est plus complexe que le nôtre. L'article contient aussi un survol d'articles récents sur la transmission internationale du cycle économique. L'article de Backus, Kehoe et Kydland (1992) contient une présentation plus détaillée du même modèle. L'article de Stockman (1992) présente un résumé des prédictions des modèles dynamiques d'équilibre général concernant la transmission internationale du cycle, explique l'intuition économique qui est derrière ces résultats et contient un survol d'articles récents sur le sujet.

1. LES FAITS SAILLANTS DE LA TRANSMISSION INTERNATIONALE DU CYCLE

Les principaux faits auxquels nous nous intéressons sont présentés au tableau 1. Les statistiques qui y sont rapportées sont tirées de l'article de Backus, Kehoe et Kydland (1995) (désormais BKK)³. Les données de base utilisées par BKK proviennent des *Principaux indicateurs économiques* et des *Comptes nationaux trimestriels* de l'O.C.D.E. et des *Statistiques financières internationales* du Fonds monétaire international. L'échantillon est constitué de données trimestrielles qui s'échelonnent de 1970-1 à 1990-2. Les variables sont des logarithmes⁴ et ont été rendues stationnaires par l'application du filtre de Hodrick et Prescott⁵. Les variables sont : y , le produit réel (PIB ou PNB); c , la consommation agrégée; i , l'investissement fixe; x , les exportations nettes; n , l'emploi; et z , le niveau de la productivité mesuré par le résidu de Solow⁶.

TABLEAU 1

FAITS OBSERVÉS ET RÉSULTATS DE SIMULATIONS

VARIABILITÉS RELATIVES

Statistique :	σ_y	σ_c/σ_y	σ_i/σ_y	σ_x/σ_y	σ_n/σ_y	σ_z/σ_y
Données (États-Unis) :	0.0192	0.75	3.27	0.52	0.61	0.68
Données (Europe) :	0.0101	0.83	0.83	0.85	0.85	0.98
Données (Canada) :	0.0150	0.78	2.80	0.50	0.86	0.74
Simulations :	0.0253	0.2175	32.8850	8.4540	0.6212	0.4137
Écart-type :	0.0035	0.0429	3.6610	1.1832	0.0258	0.0436

CORRÉLATIONS CROISÉES

Statistique :	$c(y_1, y_2)$	$c(c_1, c_2)$	$c(i_1, i_2)$	$c(n_1, n_2)$	$c(z_1, z_2)$
Données (États-Unis/Europe) :	0.66	0.51	0.53	0.33	0.56
Données (États-Unis/Canada) :	0.76	0.49	0.01	0.51	0.75
Simulations :	-0.6236	1.0000	0.9914	0.8794	0.3027
Écart-type :	0.1258	0.0000	0.0020	0.0476	0.1717

NOTES : La définition des variables se trouve dans le texte. Pour des variables quelconques p et q , σ_p indique l'écart-type de la variable p , et $c(p, q)$ indique la corrélation entre les deux variables. Les statistiques calculées à partir des simulations sont la moyenne des statistiques de 500 simulations d'un échantillon de 82 périodes. Une explication plus détaillée se trouve dans le texte.

3. Les textes de Backus et Kehoe (1992), Backus, Kehoe et Kydland (1992), Frenkel et Razin (1992), Head (1994), Mendoza (1992) et Zimmermann (1994a) contiennent d'autres statistiques qui confirment en gros les faits qui sont présentés ici.

4. Les exportations nettes, qui sont souvent négatives, sont mesurées par le ratio des exportations nettes au PIB.

5. Pour une explication détaillée, voir Prescott (1986).

6. Ce dernier est calculé à partir de la fonction de production agrégée du modèle de base de la manière suivante :

$$\ln(z) = \ln(y) - \alpha \ln(n) - (1 - \alpha) \ln(k)$$

Puisque nous ne possédons pas des données trimestrielles sur les stocks de capital pour tous les pays, $\ln(z)$ est calculé en omettant le dernier terme de l'équation pour une valeur de α égale à 0.64.

Les données rapportées dans la première partie du tableau proviennent des économies américaine, canadienne et européenne⁷. Elles indiquent la variabilité du produit réel et les variabilités de certains autres agrégats relatives à celle du produit réel. Ces statistiques sont pertinentes puisque, comme nous allons le constater plus loin, les prédictions d'un modèle à deux pays peuvent être radicalement différentes des prédictions d'un modèle à un pays en ce qui concerne les covariations d'agrégats **nationaux**⁸. La deuxième partie du tableau présente des corrélations croisées entre les agrégats américains d'une part et, d'autre part, les mêmes agrégats canadiens et européens⁹. L'article de BKK présente aussi des corrélations croisées entre les agrégats de certains autres pays individuels (Allemagne, Australie, Autriche, France, Italie, Japon, Royaume-Uni et Suisse) et les agrégats américains. Ces statistiques révèlent une régularité remarquable. Les corrélations croisées entre les niveaux de consommation agrégée sont positives mais systématiquement moins élevées que les corrélations croisées entre les produits réels. Les corrélations croisées entre les niveaux d'investissement sont en général légèrement inférieures aux corrélations croisées entre les produits réels¹⁰. Elles sont en général positives, à l'exception du cas canadien. À deux exceptions près (l'Australie et la Suisse), les produits réels sont plus fortement corrélés que les résidus de Solow. Si nous interprétons les fluctuations des résidus de Solow comme des chocs réels exogènes, ceci semble supporter l'hypothèse qu'il y a une transmission internationale *positive* des chocs technologiques exogènes. Finalement, à deux exceptions (l'Australie et l'Italie), les corrélations croisées entre les niveaux d'emploi sont positives, et sont du même ordre de grandeur que les corrélations croisées entre les produits réels.

Nous nous sommes limités ici à présenter les corrélations croisées entre des variables qui mesurent des quantités ou des flux. Le cycle international est aussi caractérisé par des régularités dans les fluctuations des *prix relatifs* (taux de change nominaux et réels, termes de l'échange, etc.), et dans les variabilités relatives de ces prix relatifs par rapport aux niveaux des prix nationaux. Puisque le modèle de base que nous analysons dans la section suivante du texte est un modèle à un seul bien, il ne peut engendrer des prédictions concernant ces fluc-

7. Les données pour l'économie européenne sont construites par l'O.C.D.E.

8. Nous ne présentons pas la corrélation entre le niveau d'investissement et l'épargne nationale de chaque pays. Cette corrélation a fait l'objet de plusieurs études. Elle est élevée pour la plupart des économies. Feldstein et Horioka (1980) soutiennent que ceci indique que la mobilité internationale du capital est loin d'être parfaite. De nombreux auteurs (Baxter et Crucini, 1993 ; Cardia, 1991 et Finn, 1990, entre autres) ont montré que les modèles d'équilibre général avec la mobilité parfaite du capital engendrent une prédiction qui est parfaitement compatible avec la corrélation observée.

9. Il s'agit de corrélations contemporaines. Les corrélations décalées n'ont pas souvent été examinées dans la littérature sur la transmission internationale du cycle. Une exception importante est le texte de Backus, Kehoe et Kydland (1994b) qui analyse la dynamique de la relation entre le taux de change réel et la balance commerciale.

10. Il y a une exception. La corrélation croisée entre les niveaux d'investissement autrichien et américain est égale à 0.46, tandis que la corrélation croisée entre les produits réels est égale à 0.38.

tuations de prix relatifs. Puisqu'il ne s'agit pas d'un modèle monétaire, il ne génère pas non plus des prédictions concernant les variables nominales.

2. LE MODÈLE DE BASE

Le modèle de base capte les interactions entre deux pays. Il y a dans chaque pays un agent représentatif, dont l'horizon de planification est infini. Il n'y a pas de monnaie. Il y a concurrence parfaite, et les marchés sont complets dans le sens de Arrow-Debreu. Cette dernière hypothèse garantit l'optimalité de l'équilibre macroéconomique au sens de Pareto et nous permet de profiter du deuxième théorème du bien-être afin d'obtenir l'équilibre comme la solution à un problème de planification sociale. Le modèle ressemble à celui de BKK, mais il est plus simple. Il n'y a qu'un seul bien qui est utilisé pour des fins de consommation de d'investissement. Quant à eux, BKK analysent une version de leur modèle où chaque pays se spécialise dans la production d'un bien et dans lequel le bien de consommation/investissement est un agrégat des deux biens produits dans les deux pays, à la manière d'Armington (1969). Le processus d'accumulation du capital est plus simple que dans le modèle de BKK. Nous supposons un délai d'une période avant que l'investissement devienne productif, tandis que dans BKK il y a une structure du type *time to build* à la Kydland et Prescott (1982) qui est plus compliquée. Nous omettons le rôle des gouvernements, tandis que BKK spécifient un modèle avec des dépenses gouvernementales financées par la taxation forfaitaire.

Il y a deux raisons principales pour la simplicité de notre modèle. D'abord, elle nous permettra de faire ressortir l'intuition économique derrière les conditions d'équilibre du modèle, notamment en ce qui concerne les incitations à partager les risques et à utiliser les ressources où elles sont les plus productives, incitations qui sont présentes également dans des modèles plus complexes. Deuxièmement, elle nous permettra de mieux déceler les causes des incohérences entre les prédictions du modèle et les faits. L'incitation à utiliser les ressources où elles sont les plus productives attire l'investissement vers le pays où le niveau de la technologie est le plus élevé. La forme simple des lois de mouvement des stocks de capital renforce cette tendance et elle est responsable de la variabilité relative de l'investissement trop élevée qui est prédite par notre modèle.

Les préférences de l'agent qui habite le pays i sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$u^i = E_t \left[\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j U^i(c_{t+j}^i, l_{t+j}^i) \right], \quad (1)$$

où

$$U^i(c_t^i, l_t^i) = \ln(c_t^i) + \theta \ln(1 - n_t^i), \quad (2)$$

avec c_{t+j}^i qui est la consommation de l'individu en période $t+j$, l_{t+j}^i , le loisir dont bénéficie l'agent i en période $t+j$, et n_{t+j}^i , les heures travaillées par l'agent en période $t+j$. Le nombre total d'heures à la disposition de l'agent durant une période est égal à un, une fois normalisé¹¹.

La fonction de production agrégée pour chaque pays est donnée par :

$$y_t^i = z_t^i n_t^{i\alpha} k_t^{i(1-\alpha)}, \quad (3)$$

où y_t^i est l'output agrégé dans le pays i , z_t^i est le niveau (exogène) de la technologie de production, et k_t^i est le stock de capital. L'évolution du stock de capital est déterminée par :

$$k_{t+1}^i = (1 - \delta)k_t^i + i_t^i, \quad (4)$$

où i_t^i est l'investissement, et δ est le taux de dépréciation du capital, lequel est constant par hypothèse. Le planificateur maximise la somme pondérée des utilités des deux types d'agent dans le modèle. La maximisation est sujette à la contrainte des ressources suivante :

$$z_t^1 n_t^{1\alpha} k_t^{1(1-\alpha)} + z_t^2 n_t^{2\alpha} k_t^{2(1-\alpha)} = c_t^1 + c_t^2 + i_t^1 + i_t^2. \quad (5)$$

Le planificateur doit donc maximiser le Lagrangien suivant :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = E_t \Bigg\{ & \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \left[\ln(c_{t+j}^1) + \theta \ln(1 - n_{t+j}^1) + \ln(c_{t+j}^2) + \theta \ln(1 - n_{t+j}^2) \right] \\ & + \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \lambda_{t+j} \left[z_{t+j}^1 n_{t+j}^{1\alpha} k_{t+j}^{1(1-\alpha)} + z_{t+j}^2 n_{t+j}^{2\alpha} k_{t+j}^{2(1-\alpha)} + (1 - \delta)k_{t+j}^1 \right. \\ & \left. + (1 - \delta)k_{t+j}^2 - c_{t+j}^1 - c_{t+j}^2 - k_{t+j+1}^1 - k_{t+j+1}^2 \right] \Bigg\}, \quad (6) \end{aligned}$$

où i_{t+j}^1 et i_{t+j}^2 ont été éliminés après substitution de l'équation (4). Nous supposons qu'il y a symétrie entre les 2 pays ; la pondération est donc égale à un pour les 2 types d'agent dans la fonction d'utilité du planificateur. Les variables de choix sont c_{t+j}^1 , c_{t+j}^2 , k_{t+j+1}^1 , k_{t+j+1}^2 , et λ_{t+j+1} , $0 \leq j \leq \infty$. Les multiplicateurs de Lagrange λ_{t+j+1} , sont multipliés par le taux d'escompte subjectif β^j . Pour cette

11. Puisqu'il y a un agent représentatif dans chaque pays, tous travaillent et le nombre total d'heures travaillées dans chaque pays est ajusté à la marge *intensive*. Si nous remplaçons le deuxième terme dans l'équation (2) par une fonction linéaire, nous avons le modèle de *main-d'oeuvre indivisible* de Hansen (1985). Dans ce modèle, tous les employés travaillent le même nombre d'heures, et l'ajustement du nombre total d'heures travaillées se fait à la *marge extensive* avec des variations du nombre d'employés. Nous ne rapportons pas les résultats de simulation numérique de ce modèle, qui sont assez semblables aux résultats que nous rapportons dans le texte.

raison, ils donnent la valeur *courante* (non actualisée) en temps $t+j$ d'une unité supplémentaire de production y_{t+j} , mesurée en utilité. Il y a une infinité de variables de choix, et donc de conditions du premier ordre. Heureusement, nous pouvons tout simplement calculer les conditions du premier ordre pour la période t , ce qui nous donnent un système d'équations de différence première non linéaires. Ces équations sont¹² :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_t} = 0 &\Rightarrow z_t^1 n_t^{1\alpha} k_t^{1(1-\alpha)} + z_t^2 n_t^{2\alpha} k_t^{2(1-\alpha)} + (1-\delta)k_t^1 + (1-\delta)k_t^2 \\ &= c_t^1 + c_t^2 + k_{t+1}^1 + k_{t+1}^2, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t^1} = 0 \Rightarrow \frac{1}{c_t^1} = \lambda_t, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t^2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{c_t^2} = \lambda_t, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n_t^1} = 0 \Rightarrow \frac{-\theta}{(1-n_t^1)} + \lambda_t \alpha z_t^1 n_t^{1(\alpha-1)} k_t^{1(1-\alpha)} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n_t^2} = 0 \Rightarrow \frac{-\theta}{(1-n_t^2)} + \lambda_t \alpha z_t^2 n_t^{2(\alpha-1)} k_t^{2(1-\alpha)} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}^1} = 0 \Rightarrow -\lambda_t + E_t \left[\beta(1-\alpha) z_{t+1}^1 n_{t+1}^{1\alpha} k_{t+1}^{1-\alpha} \lambda_{t+1} + \beta(1-\delta) \lambda_{t+1} \right] = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}^2} = 0 \Rightarrow -\lambda_t + E_t \left[\beta(1-\alpha) z_{t+1}^2 n_{t+1}^{2\alpha} k_{t+1}^{2-\alpha} \lambda_{t+1} + \beta(1-\delta) \lambda_{t+1} \right] = 0. \quad (13)$$

2.1 Interprétation et conséquences des conditions du premier ordre

Les conditions (8) et (9) ont pour conséquence que la corrélation entre les niveaux de consommation des deux pays est parfaite. Puisque la partie de gauche des deux équations est l'utilité marginale de la consommation de l'agent i , cette utilité marginale doit être égale à l'utilité marginale du produit réel donnée par le multiplicateur de Lagrange λ_i . Deux hypothèses sont à l'origine de ce résultat. D'abord, l'existence de marchés complets. Deuxièmement, le fait que le loisir et la consommation sont séparables dans la fonction d'utilité. Ces deux conditions captent l'incitation à partager les risques. Les niveaux de consommation des deux types d'agent fluctuent à cause du fait que les chocs technologi-

12. Puisque les stocks de capital k_t^i sont prédéterminés au temps t , nous dérivons le Lagrangien par rapport à k_{t+1}^i .

ques provoquent des fluctuations du produit réel *mondial*: ce risque est non diversifiable.

Les conditions (10) et (11) indiquent que chaque agent égalise l'utilité marginale que lui procure l'utilisation de son temps qui est divisé entre le loisir et le travail. Elles créent un lien indirect entre les marchés du travail (et en conséquence entre les niveaux d'emploi) dans les deux pays. Encore une fois, il s'agit d'une conséquence des marchés complets. Le multiplicateur de Lagrange, λ_t , est l'utilité marginale de la consommation, est commun aux agents dans les deux pays et paraît dans les équations (10) et (11), puisqu'il permet d'évaluer en termes d'utilité la productivité marginale du travail. Nous avons

$$\frac{\theta}{(1 - n_t^1)} \frac{1}{\alpha z_t^1 n_t^{1(\alpha-1)} k_t^{1(1-\alpha)}} = \frac{\theta}{(1 - n_t^2)} \frac{1}{\alpha z_t^2 n_t^{2(\alpha-1)} k_t^{2(1-\alpha)}}. \quad (14)$$

Une augmentation de z_t^1 crée une incitation à travailler plus et n_t^1 augmente. Néanmoins, l'effet direct de l'augmentation de z_t^1 qui fait baisser la valeur de l'expression du côté gauche de l'égalité est plus important que l'effet indirect de l'augmentation de n_t^1 , qui la fait augmenter. Pour que le côté gauche de l'égalité diminue, il faut que la productivité marginale du travail ($\alpha z_t^1 n_t^{1(\alpha-1)} k_t^{1(1-\alpha)}$) augmente proportionnellement plus que sa désutilité marginale ($\theta/(1-n_t^1)$). Si tel est le cas, le côté droit de l'égalité doit baisser afin de maintenir l'égalité. Par hypothèse, z_t^2 ne change pas, et le stock de capital k_t^2 est prédéterminé, de sorte que les heures travaillées par l'agent 2 doivent baisser. Ceci crée une covariation inverse et, partant, une corrélation négative entre les heures travaillées dans les deux pays.

On peut interpréter les conditions (12) et (13) de la manière suivante. Le premier terme de chacune de ces conditions représente le négatif du coût marginal en termes d'utilité de sacrifier une unité de consommation courante afin de l'investir. Les deux autres termes donnent le bénéfice marginal espéré. Le premier terme représente la production accrue dont bénéficiera l'agent la période suivante. Le deuxième terme représente le stock de capital accru moins le montant perdu à cause de la dépréciation qui pourra être utilisé pour faire augmenter la production dans les périodes ultérieures.

Une conséquence directe des conditions (12) et (13) est que le planificateur social (ou les marchés en concurrence parfaite) égalise la productivité marginale espérée (en termes d'utilité) du capital dans les deux pays. Ces deux conditions captent l'incitation à utiliser les ressources où elles sont les plus productives. Si le niveau anticipé de la technologie est plus élevé dans un pays que dans l'autre, l'investissement doit augmenter dans le premier pays et diminuer dans le deuxième jusqu'au point de créer une égalité entre les productivités marginales espérées. L'égalité stricte entre les productivités marginales espérées du capital dépend de l'absence de coûts d'ajustement et de la forme simple des lois de mouvement du capital (absence d'une structure du type *time to build*). À cause

de l'égalité stricte, la variabilité relative de l'investissement engendrée par le modèle sera beaucoup trop élevée pour être compatible avec les données.

2.2 Solution du modèle

Il n'y a pas de solution analytique au système d'équations (7) à (12). Plusieurs méthodes de résolution numérique sont disponibles pour résoudre le système. Nous allons utiliser la méthode qui consiste à approximer le système par un système d'équations de différence première dans le voisinage de l'état stationnaire déterministe du modèle. Les propriétés de l'état stationnaire sont décrites dans la section 2.4 du texte. Il faut d'abord assigner des valeurs numériques aux paramètres du modèle.

2.3 Étalonnage du modèle

Les paramètres libres du modèle sont β , α , δ , θ , et les paramètres des processus stochastiques qui déterminent les fluctuations des variables exogènes z_t^1 et z_t^2 . Habituellement, les valeurs sont assignées suivant des études empiriques réalisées à partir de données microéconomiques ou sont fondées sur une connaissance *a priori* des données. Les valeurs choisies pour effectuer les simulations numériques sont indiquées au tableau 2. Le taux d'escompte prend une valeur égale à 0.99, ce qui correspond pour des données trimestrielles à un taux d'intérêt réel moyen égal à 4 %. La valeur du paramètre α correspond à la part moyenne des salaires dans le revenu national américain et dans la plupart des pays industrialisés. La valeur de δ est fixée à 0.025, ce qui donne un taux de dépréciation annuel de 10 %. Finalement, la valeur du paramètre θ est telle que, à l'état stationnaire du modèle (voir la section suivante) l'agent consacre environ 33 % de son temps discrétionnaire (mis à part le sommeil) à travailler, ce qui correspond assez bien à la réalité¹³.

13. Le nombre total d'heures dont dispose l'agent représentatif aurait pu être calculé sans enlever les heures de sommeil. Ceci aurait eu pour conséquence une valeur plus faible de n dans l'état stationnaire. Dans le contexte d'un modèle différent, Ambler, Phaneuf et Girard (1994) ont trouvé qu'avec une valeur plus faible de n , la variabilité relative de l'emploi devient trop élevée.

TABLEAU 2
ÉTALONNAGE DU MODÈLE

Paramètre	Valeur
β	0.99
α	0.64
δ	0.025
θ	1.724
a_{11}, a_{22}	0.906
a_{12}, a_{21}	0.088
$\sigma_{11}^2, \sigma_{22}^2$	0.00007259
$\sigma_{12}^2, \sigma_{21}^2$	0.00001873

NOTE : La définition des paramètres se trouve dans le texte.

Les processus stochastiques qui génèrent z_t^1 et z_t^2 pourraient être estimés économétriquement en calculant les résidus de Solow¹⁴ (pour les États-Unis ou pour une moyenne de plusieurs économies industrialisées) et en estimant ensuite un processus autorégressif vectoriel du type :

$$\begin{bmatrix} (\tilde{z}_t^1 - \tilde{z}^1) \\ (\tilde{z}_t^2 - \tilde{z}^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\tilde{z}_{t-1}^1 - \tilde{z}^1) \\ (\tilde{z}_{t-1}^2 - \tilde{z}^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^1 \\ \varepsilon_t^2 \end{bmatrix}, \tag{15}$$

où nous utilisons le symbole $\ll \sim \gg$ au dessus d'une variable pour indiquer qu'il s'agit du logarithme naturel ; où \tilde{z}^i indique alors la valeur de la variable z^i à l'état stationnaire et les ε_t^i sont des chocs imprévisibles. L'utilité de la spécification logarithmique de ce processus stochastique deviendra plus claire un peu plus loin. Les coefficients a_{11} et a_{22} affectent la persistance des fluctuations de la technologie de production¹⁵. Les coefficients a_{12} et a_{21} mesurent la vitesse à laquelle un choc technologique est transmis d'un pays à l'autre. Pour les fins de la simulation numérique, nous avons emprunté les valeurs des coefficients a_{ij} utilisées par BKK. Nous supposons que les chocs ε_t^i sont distribués selon la loi normale suivante :

14. Voir la note 6.

15. La persistance, mesurée par les valeurs caractéristiques de la matrice, dépendra aussi des valeurs de a_{12} et de a_{21} .

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_t^1 \\ \varepsilon_t^2 \end{bmatrix} \sim N \left(0, \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 \end{bmatrix} \right), \quad (16)$$

où les valeurs des σ_{ij}^2 sont indiquées au tableau 2.

2.4 État stationnaire déterministe du modèle

L'état stationnaire déterministe est l'équilibre de long terme qu'atteindra le système en l'absence de tout choc aléatoire. Il peut être calculé comme la solution au système d'équations suivant (où nous avons laissé tomber les indices de temps):

$$2/\lambda + k^1 + k^2 = z^1 n^{1\alpha} k^{1(1-\alpha)} + z^2 n^{2\alpha} k^{2(1-\alpha)} + (1-\delta)k^1 + (1-\delta)k^2, \quad (17)$$

$$\frac{\theta}{(1-n^1)} = \lambda \alpha z^1 n^{1(\alpha-1)} k^{1(1-\alpha)}, \quad (18)$$

$$\frac{\theta}{(1-n^2)} = \lambda \alpha z^2 n^{2(\alpha-1)} k^{2(1-\alpha)}, \quad (19)$$

$$\lambda = \beta(1-\alpha)z^1 n^{1\alpha} k^{1-\alpha} \lambda + \beta(1-\delta)\lambda, \quad (20)$$

$$\lambda = \beta(1-\alpha)z^2 n^{2\alpha} k^{2-\alpha} \lambda + \beta(1-\delta)\lambda. \quad (21)$$

Ici, les variables exogènes z^1 et z^2 sont égales à leurs moyennes non conditionnelles, et les variables c^1 et c^2 ont été éliminées en utilisant les conditions (8) et (9). Si nous supposons qu'il y a symétrie entre les deux pays, que $n_1 = n_2 = 0.3333$ et que $z_1 = z_2 = 1.0$, les équations (17), (18) et (20) permettent d'obtenir les valeurs de k^1 , λ et θ . Dans ce cas, le système est récursif, et nous pouvons le résoudre de façon analytique. L'équation (20) donne la solution suivante pour le stock de capital :

$$k^1 = \left(\frac{1 - (1-\delta)\beta}{\beta(1-\alpha)z^1 n^{1\alpha}} \right)^{-1/\alpha}. \quad (22)$$

Puisque les deux économies sont symétriques, l'équation (17) a la conséquence suivante :

$$\lambda = \frac{1}{(y^1 - \delta k^1)} = \frac{1}{c^1}. \quad (23)$$

La dernière égalité de l'équation (23) découle de l'identité de la comptabilité nationale et du fait que l'investissement net et les exportations nettes sont nuls à l'état stationnaire¹⁶. À partir de ces solutions pour le stock de capital et du multiplicateur de Lagrange, nous avons de l'équation (18):

$$\theta = \lambda \alpha y^1 (1 - n^1) / n^1 \quad (24)$$

Les valeurs des variables endogènes du modèle, pour la version symétrique de l'étalonnage, sont indiquées au tableau 3. À l'état stationnaire, la part de la consommation privée dans le PIB est égale à .7436 et la part de l'investissement est égale à .2564, données qui correspondent assez bien aux moyennes observées dans l'économie américaine.

TABLEAU 3
ÉTAT STATIONNAIRE DU MODÈLE

Variable :	z^i	k^i	n^i	y^i	c^i	i^i	x^i
Valeur :	1.000	12.6504	0.3333	1.2335	0.9172	0.3163	0.000

NOTE : La définition des paramètres se trouve dans le texte

2.5 Approximation linéaire du modèle autour de l'état stationnaire

Afin de calculer l'approximation, nous utilisons le raisonnement suivant. Pour des variables quelconques X_t et Y_t , une approximation de Taylor du premier ordre autour des valeurs X et Y donne :

$$X_t^a Y_t^b \approx X^a Y^b + a X^{(a-1)} dX_t Y^b + b Y^{(b-1)} dY_t X^a, \quad (25)$$

où dX_t est la déviation de la variable X_t par rapport à X . En conséquence,

$$X_t^a Y_t^b - X^a Y^b = X^a Y^b \left(a \frac{dX_t}{X} + b \frac{dY_t}{Y} \right). \quad (26)$$

16. Par conséquent, l'investissement brut est égal au produit du stock de capital et du taux de dépréciation.

Pour de petites déviations, nous pouvons utiliser l'approximation suivante :

$$\frac{dX_t}{X} \equiv \frac{X_t - X}{X} \approx \ln \left(1 + \frac{X_t - X}{X} \right) = \ln(X_t) - \ln(X). \quad (27)$$

Appliquant ce raisonnement aux équations (8) à (13), nous trouvons un système d'équations linéaires de la forme :

$$A_1 \begin{bmatrix} (\tilde{n}_t^1 - \tilde{n}^1) \\ (\tilde{n}_t^2 - \tilde{n}^2) \end{bmatrix} = A_2 \begin{bmatrix} (\tilde{k}_t^1 - \tilde{k}^1) \\ (\tilde{k}_t^2 - \tilde{k}^2) \\ (\tilde{\lambda}_t - \tilde{\lambda}) \end{bmatrix} + A_3 \begin{bmatrix} (\tilde{z}_t^1 - \tilde{z}^1) \\ (\tilde{z}_t^2 - \tilde{z}^2) \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$B_1 E_t \begin{bmatrix} (\tilde{k}_{t+1}^1 - \tilde{k}^1) \\ (\tilde{k}_{t+1}^2 - \tilde{k}^2) \\ (\tilde{\lambda}_{t+1} - \tilde{\lambda}) \end{bmatrix} = B_2 \begin{bmatrix} (\tilde{k}_t^1 - \tilde{k}^1) \\ (\tilde{k}_t^2 - \tilde{k}^2) \\ (\tilde{\lambda}_t - \tilde{\lambda}) \end{bmatrix} + B_3 \begin{bmatrix} (\tilde{z}_t^1 - \tilde{z}^1) \\ (\tilde{z}_t^2 - \tilde{z}^2) \end{bmatrix} \\ + B_4 \begin{bmatrix} (\tilde{n}_t^1 - \tilde{n}^1) \\ (\tilde{n}_t^2 - \tilde{n}^2) \end{bmatrix} + B_5 E_t \begin{bmatrix} (\tilde{z}_{t+1}^1 - \tilde{z}^1) \\ (\tilde{z}_{t+1}^2 - \tilde{z}^2) \end{bmatrix} + B_6 E_t \begin{bmatrix} (\tilde{n}_{t+1}^1 - \tilde{n}^1) \\ (\tilde{n}_{t+1}^2 - \tilde{n}^2) \end{bmatrix} \quad (29)$$

Toutes les variables du modèle sont maintenant mesurées en déviations proportionnelles ou logarithmiques par rapport à leurs valeurs dans l'état stationnaire déterministe. Cette méthodologie garantit que les innovations positives et négatives des chocs ϵ_t^i auront les mêmes effets proportionnels sur les variables endogènes du modèle. De plus, elle assure que toutes les variables des équations (15), (28) et (29) auront des valeurs positives une fois mesurées en niveau¹⁷.

Nous pouvons utiliser l'équation (28) afin d'éliminer $(\tilde{n}_t^1 - \tilde{n}^1)$ et $(\tilde{n}_t^2 - \tilde{n}^2)$ de l'équation (29). Nous pouvons réécrire l'équation (28) avec les variables datées de la période $t+1$ et appliquer l'opérateur d'espérance mathématique conditionnelle afin d'éliminer les variables $(\tilde{n}_{t+1}^1 - \tilde{n}^1)$ et $(\tilde{n}_{t+1}^2 - \tilde{n}^2)$ de l'équation (29). Finalement, nous pouvons utiliser l'équation (15) afin d'éliminer l'espérance des variables exogènes futures de l'équation (29). Ceci nous permet d'écrire un système d'équations où l'évolution des variables dynamiques du système ne dépend que des variables exogènes. Ceci est la « forme canonique » ou « forme état-mesure » de notre modèle dynamique.

17. Malheureusement, la méthodologie ne produit pas un niveau d'investissement brut positif pour toutes les périodes. Afin d'obtenir des échantillons de 82 observations sans valeur négative de l'investissement brut, nous avons renormalisé la taille de la matrice de variance-covariance des chocs en (16).

2.6 Forme état-mesure du modèle

Le système d'équations que nous obtenons a la forme suivante :

$$E_t \begin{bmatrix} (\tilde{k}_{t+1}^1 - \tilde{k}^1) \\ (\tilde{k}_{t+1}^2 - \tilde{k}^2) \\ (\tilde{\lambda}_{t+1} - \tilde{\lambda}) \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} (\tilde{k}_t^1 - \tilde{k}^1) \\ (\tilde{k}_t^2 - \tilde{k}^2) \\ (\tilde{\lambda}_t - \tilde{\lambda}) \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} (\tilde{z}_t^1 - \tilde{z}^1) \\ (\tilde{z}_t^2 - \tilde{z}^2) \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Substituant la loi de mouvement des variables \tilde{z} de l'équation (15) dans cette équation, nous avons

$$E_t \begin{bmatrix} (\tilde{z}_t^1 - \tilde{z}^1) \\ (\tilde{z}_t^2 - \tilde{z}^2) \\ (\tilde{k}_{t+1}^1 - \tilde{k}^1) \\ (\tilde{k}_{t+1}^2 - \tilde{k}^2) \\ (\tilde{\lambda}_{t+1} - \tilde{\lambda}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ B_{21} & B_{22} & A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ B_{31} & B_{32} & A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\tilde{z}_{t-1}^1 - \tilde{z}^1) \\ (\tilde{z}_{t-1}^2 - \tilde{z}^2) \\ (\tilde{k}_t^1 - \tilde{k}^1) \\ (\tilde{k}_t^2 - \tilde{k}^2) \\ (\tilde{\lambda}_t - \tilde{\lambda}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^1 \\ \varepsilon_t^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Ce système d'équations de différences premières a une propriété spéciale qui rend impossible la résolution du modèle de manière récursive en prenant des valeurs initiales données $(\tilde{k}_1^1 - \tilde{k}^1)$, $(\tilde{k}_1^2 - \tilde{k}^2)$, $(\tilde{\lambda}_1 - \tilde{\lambda})$, $(\tilde{z}_0^1 - \tilde{z}^1)$ et $(\tilde{z}_0^2 - \tilde{z}^2)$ et en calculant $(\tilde{k}_2^1 - \tilde{k}^1)$, $(\tilde{k}_2^2 - \tilde{k}^2)$, $(\tilde{\lambda}_2 - \tilde{\lambda})$, $(\tilde{z}_1^1 - \tilde{z}^1)$ et $(\tilde{z}_1^2 - \tilde{z}^2)$ étant donné ε_1^1 et ε_1^2 . D'abord, la variable λ_t n'est pas prédéterminée et elle dépend donc des chocs exogènes courants. Par conséquent, nous ne pouvons lui imposer une valeur initiale indépendamment des valeurs des chocs exogènes. Ensuite, pour des valeurs plausibles des paramètres, le système dynamique n'est pas globalement stable, mais plutôt explosif pour des valeurs initiales arbitraires des variables dynamiques. La stabilité du système est une stabilité en point de selle. Blanchard et Kahn (1980) ont démontré que si la matrice de l'équation (31) a une valeur caractéristique explosive (supérieure à un en valeur absolue) et quatre valeurs caractéristiques stables (inférieures à un en valeur absolue), il existe une valeur initiale unique $(\tilde{\lambda}_1 - \tilde{\lambda})$ pour laquelle le système converge à son état stationnaire. Cette valeur initiale est fonction non seulement des valeurs initiales des variables prédéterminées du système mais aussi de l'évolution future anticipée de l'économie. Blanchard et Kahn montrent comment calculer cette valeur initiale et montrent que la solution du système prend la forme :

$$E \begin{bmatrix} (\tilde{z}_t^1 - \tilde{z}^1) \\ (\tilde{z}_t^2 - \tilde{z}^2) \\ (\tilde{k}_{t+1}^1 - \tilde{k}^1) \\ (\tilde{k}_{t+1}^2 - \tilde{k}^2) \\ (\tilde{\lambda}_t - \tilde{\lambda}) \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} (\tilde{z}_{t-1}^1 - \tilde{z}^1) \\ (\tilde{z}_{t-1}^2 - \tilde{z}^2) \\ (\tilde{k}_t^1 - \tilde{k}^1) \\ (\tilde{k}_t^2 - \tilde{k}^2) \\ (\tilde{\lambda}_{t-1} - \tilde{\lambda}) \end{bmatrix} + D \begin{bmatrix} \varepsilon_t^1 \\ \varepsilon_t^2 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Les coefficients des matrices C et D dépendent, entre autres choses, des valeurs caractéristiques et des vecteurs caractéristiques de la matrice de l'équation (31). Puisque les stocks de capital sont prédéterminés, leurs valeurs initiales sont déterminées par le passé de l'économie. La valeur initiale du multiplicateur de Lagrange est choisie pour placer le système sur son axe convergent. À cause de cette distinction entre variables prédéterminées et variables non prédéterminées, cette méthode de solution est communément appelée « prospective-rétrospective » (*forward-backward*). Elle est fréquemment utilisée dans le cadre des modèles d'équilibre général du cycle économique (voir par exemple King, Plosser et Rebelo, 1987)¹⁸.

3. PRÉDICTIONS DU MODÈLE, INTERPRÉTATION ET COMPARAISON AVEC LES FAITS

Pour les valeurs des paramètres indiquées au tableau 2, nous avons effectué des simulations stochastiques afin de générer les prédictions du modèle de base concernant les covariations des variables. Ces prédictions sont indiquées au tableau 1. Nous avons simulé le modèle sur 125 périodes et ensuite nous avons tronqué les 43 premières observations pour éliminer l'impact des conditions initiales sur les statistiques¹⁹. Nous obtenons ainsi un échantillon de 82 périodes, compatible avec celui utilisé pour calculer les faits. Nous avons répété la simulation stochastique à 500 reprises, utilisant une nouvelle série de valeurs des chocs exogènes à chaque reprise. Les statistiques rapportées représentent la moyenne des statistiques pour les 500 répétitions. Nous rapportons également l'écart-type de chaque statistique pour les 500 répétitions, ce qui donne une indication du degré de précision de la prédiction du modèle et de la significativité statistique de l'écart entre la valeur prédite de la statistique et sa valeur observée²⁰. Afin que les prédictions du modèle puissent être comparées aux données, les séries générées par la simulation numérique sont mesurées en logarithmes et ensuite filtrées suivant la procédure proposée par Hodrick et Prescott.

18. Le livre de Farmer (1993, chapitres 2, 3) contient une bonne discussion de la solution de modèles d'équilibre général avec attentes rationnelles et variables non prédéterminées.

19. Nous prenons l'état stationnaire de l'économie comme point de départ pour les simulations.

20. L'écart-type capte l'incertitude associée aux chocs stochastiques exogènes, mais ne capte pas l'incertitude associée aux valeurs des paramètres libres du modèle. Le fait de tenir compte de cette deuxième source de variation stochastique aurait sans doute pour effet d'augmenter la taille de tous les écarts-types.

La première partie du tableau 3 indique clairement que les prédictions du modèle à deux pays concernant les covariations des variables nationales sont très loin des faits observés. Elles sont aussi très différentes des prédictions du modèle simple dynamique d'économie fermée, qui prédit relativement bien la variabilité de l'output et les variabilités relatives de la consommation, de l'investissement et de l'emploi par rapport à la variabilité de l'output²¹. Le modèle à deux pays prédit une variabilité relative de l'emploi par rapport à l'output qui est conforme aux faits²². Toutefois, la consommation n'est pas suffisamment variable tandis que la variabilité relative de l'investissement est près de dix fois plus élevée que celle qui est observée. La variabilité de la production agrégée prédite par le modèle est également significativement plus élevée que dans les données.

Ces résultats sont dus à deux caractéristiques du modèle de base. D'abord, l'existence de marchés complets permet aux agents de partager les risques dus aux fluctuations de la technologie nationale. Les conditions du premier ordre exprimées dans l'équation (17) disent que le facteur déterminant la consommation de l'agent représentatif dans chaque pays est la production mondiale totale et non la production nationale. Puisque l'output mondial est moins variable que les outputs nationaux, la consommation de chaque agent est plus lisse (moins variable) que dans un modèle d'économie fermée. Deuxièmement, puisque la consommation de chaque agent dépend de l'output mondial total, il convient d'utiliser les ressources mondiales de manière à maximiser l'output mondial. Suite à un choc technologique positif dans un des deux pays, les ressources productives mondiales sont attirées vers ce pays. L'investissement, qui permet aux agents de profiter d'une amélioration de la technologie en augmentant le stock de capital productif, est maintenant financé non par l'épargne nationale mais par l'épargne mondiale. Pour cette raison, l'investissement est beaucoup plus variable que dans un modèle d'économie fermée. Ces flux de capitaux massifs contribuent aussi à faire augmenter la variabilité de l'output. Finalement, l'augmentation d'investissement provoquée par un choc technologique positif est tellement importante que l'absorption (ou demande agrégée) du pays augmente beaucoup plus que sa production, ce qui provoque une détérioration marquée de sa balance commerciale. La variabilité des exportations nettes est une conséquence immédiate de la variabilité relative très élevée de l'investissement.

La deuxième partie du tableau révèle que les prédictions du modèle quant aux corrélations croisées sont également très éloignées des faits. Tandis que les données révèlent que les niveaux d'output sont plus corrélés que les résidus de Solow, lesquels sont à leur tour plus corrélés que les niveaux de consommation, cet ordre est inversé selon le modèle de base. Les niveaux de consommation

21. Voir le texte de Hansen et Wright (1992). Avec une main-d'oeuvre divisible, le modèle prédit une variabilité relative de l'emploi trop faible tandis qu'avec une main-d'oeuvre indivisible, il prédit une variabilité de la main-d'oeuvre qui est trop élevée.

22. Par contre, avec une main-d'oeuvre indivisible le modèle prédit une variabilité relative de l'emploi qui est beaucoup trop élevée.

sont parfaitement corrélés. Cette corrélation est beaucoup plus élevée que celle des résidus de Solow. Ceux-ci sont positivement corrélés en raison de la corrélation positive entre les innovations que nous avons imposées pour générer les simulations numériques (voir l'équation 16). Cependant, la corrélation n'est pas très significative, étant moins que deux fois plus élevée que son écart-type sur les 500 répétitions. Par contre, elle est significativement plus positive que la corrélation entre les outputs, qui est fortement négative.

Nous avons déjà identifié, en analysant les conditions du premier ordre du problème du planificateur social, la source de la corrélation élevée entre les niveaux de consommation. Lorsque les marchés sont complets, les agents partagent le risque dans la mesure du possible et font en sorte que les utilités marginales de leurs consommations soient égalisées. En outre, leurs fonctions d'utilité étant séparables entre la consommation et le loisir, si les utilités marginales sont égales les niveaux de consommation seront aussi égaux en tout temps.

La corrélation négative entre les niveaux d'output s'explique de la même façon que la très grande variabilité relative de l'investissement dans notre modèle de base. Un choc technologique positif dans un pays attire des ressources productives (c'est-à-dire le capital, qui est le seul facteur de production mobile entre les deux pays), ce qui fait baisser temporairement la production dans l'autre pays et provoque une covariation inverse entre l'output domestique et l'output étranger.

Les conditions du premier ordre nous ont permis de constater que la covariation entre les niveaux d'emploi est négative (voir l'équation 14), si un choc technologique positif fait augmenter la productivité marginale du travail dans le pays touché par le choc plus que proportionnellement par rapport à la désutilité marginale du travail. Nos résultats quantitatifs indiquent que tel est effectivement le cas. L'intuition derrière ce résultat est simple. Dans le pays touché directement par le choc technologique positif, il y a un fort effet de substitution intertemporelle. Les agents profitent de l'amélioration temporaire (mais persistante) de la productivité de la main-d'oeuvre pour travailler davantage. Dans l'autre pays, l'impact du choc sur l'emploi est négatif et ce, pour deux raisons dues à la propagation internationale du choc technologique lui-même, captée par les coefficients a_{ij} dans l'équation (15). Les agents de l'autre pays, sachant que la productivité augmentera chez eux avec un délai d'une période, font eux aussi de la substitution intertemporelle. Toutefois, puisque la productivité est temporairement moins élevée, ils ont une incitation à travailler moins fort. Deuxièmement, l'anticipation d'une amélioration ultérieure de la technologie induit un effet de richesse. Puisque le loisir est un bien normal, les agents en consomment davantage et, en conséquence, travaillent moins.

4. MODIFICATIONS AU MODÈLE DE BASE

Nous avons identifié un certain nombre de problèmes associés au modèle de base à deux pays. L'output et l'investissement sont trop variables, tandis que la consommation ne l'est pas assez. Les niveaux d'emploi sont corrélés négativement et l'ordre relatif observé des corrélations croisées entre les niveaux d'output, les résidus de Solow et les niveaux de consommation est inversé par les prédictions du modèle. Un grand nombre d'articles publiés s'attaquent à l'un ou l'autre de ces problèmes. Parmi les incohérences entre les faits observés et les prévisions du modèle, nous pouvons distinguer entre les lacunes du modèle de base qui sont mineures et semblent être faciles à corriger, et les lacunes fondamentales qui ne semblent pas susceptibles d'être corrigées sans modifications importantes apportées au modèle de base.

La très grande variabilité de l'investissement peut être facilement corrigée en introduisant une petite friction au niveau de l'installation du capital ou des flux internationaux du capital. Pour cette raison, cette prédiction de notre modèle ne doit pas être considérée comme une faiblesse importante. Dans le modèle de base de BKK, un projet d'investissement implique des dépenses s'étalant sur quatre périodes et ne porte fruit qu'au bout des quatre périodes. L'investissement dans ce modèle n'est que 10 fois plus variable que le PIB, au lieu d'être 33 fois plus variable comme dans notre modèle de base. Dans une autre version de leur modèle, BKK montrent que des coûts de transport relativement faibles peuvent engendrer une variabilité relative de l'investissement qui correspond bien aux faits. Mendoza (1991) utilise une hypothèse de coûts d'installation convexes dans un modèle de petite économie ouverte afin de générer une variabilité relative de l'investissement qui est conforme aux données.

Les modifications, qui ont pour effet de réduire la variabilité relative de l'investissement, ont également pour effet secondaire de réduire la variabilité de l'output, d'accroître la variabilité relative de la consommation et de réduire la variabilité relative des exportations nettes. L'utilisation d'un modèle où chaque pays se spécialise dans la production d'un bien de consommation-investissement réduit considérablement la variabilité des exportations nettes et a pour effet secondaire de générer des fluctuations des termes d'échange²³.

Il semble donc qu'il soit relativement facile de corriger les incohérences entre le modèle de base et les faits observés, du moins en ce qui concerne les variabilités relatives des agrégats prédites par le modèle. Il est à noter, cependant, que toutes les modifications à apporter au modèle de base nécessitent l'addition d'un ou de plusieurs paramètres libres (élasticité de substitution entre biens domestique et étranger, structure des délais dans les projets d'investissement, paramètres liés au coût d'installation, etc.). Par contre, le modèle de base ne contenait que quatre paramètres libres à part les paramètres du processus sto-

23. Voir BKK. Ils montrent cependant qu'il est difficile de générer des fluctuations des termes d'échange et des exportations nettes qui sont simultanément conformes aux données.

chastique décrivant le comportement de la technologie agrégée. Seulement un de ces quatre paramètres, θ , a été étalonné afin de reproduire un fait (la moyenne des heures travaillées). S'il y a autant de paramètres libres que de moments du premier ordre (moyennes) et du deuxième ordre (variances et covariances) à reproduire et si les valeurs des paramètres sont choisies afin de minimiser les écarts entre les moments observés et les moments engendrés par le modèle, il devient possible de les reproduire parfaitement, mais le pouvoir prédictif du modèle est affaibli puisque il n'est plus possible de le « falsifier » en le confrontant avec les faits.

S'il est relativement facile de rendre le modèle de base compatible avec les faits au niveau des variabilités relatives des agrégats, il est beaucoup plus difficile de modifier ses prédictions en ce qui concerne les corrélations croisées. Les incitations à partager les risques et à utiliser les ressources où elles sont les plus productives sont très fortes et ces incitations sont responsables de l'ordre relatif des corrélations croisées entre les niveaux de consommation, les résidus de Solow et les niveaux d'output engendrés par le modèle de base.

Une première extension au modèle de base consiste à étendre le nombre de pays dans le modèle multi-pays et à laisser tomber l'hypothèse de symétrie. En principe, si deux pays sont affectés de façon similaire par un choc qui touche un pays tiers, leurs niveaux d'output peuvent répondre dans le même sens, ce qui ferait augmenter la corrélation croisée entre les niveaux d'output prédite par le modèle. Head (1994) et Zimmermann (1994b, 1994c) élaborent des modèles où il y a plus de deux pays. Le modèle de Zimmermann est étalonné pour correspondre à des cas observés (deux scénarios alternatifs sont présentés : la Suisse, le reste de l'Europe et le reste du monde dans un cas ; et le Canada, les États-Unis et le reste du monde dans un autre cas), tandis que Head considère un modèle où il y a soit cinq pays symétriques soit deux pays de taille asymétrique. Les auteurs réussissent à reproduire certains aspects des faits (nous limitons notre discussion à la question des corrélations croisées entre agrégats macroéconomiques dans des pays différents). Le modèle de Zimmermann reproduit le fait que les niveaux d'output sont plus corrélés entre pays qui sont plus voisins. Ceci est capté dans le modèle par des corrélations plus élevées entre les innovations dans les processus déterminant les niveaux de technologie et par une vitesse plus élevée de transmission des chocs technologiques d'un pays à l'autre. Néanmoins, les niveaux de consommation restent significativement plus corrélés que les niveaux d'output. Head, qui utilise une fonction d'utilité non séparable entre le loisir et la consommation, trouve que les niveaux d'output sont moins négativement corrélés et les niveaux de consommation sont moins positivement corrélés quand on passe d'un modèle avec deux pays symétriques à un modèle avec cinq pays symétriques. Néanmoins, la corrélation croisée entre les niveaux de consommation reste plus élevée que la corrélation croisée entre les niveaux d'output.

Nous avons vu que les deux hypothèses de marchés complets et de fonctions d'utilité séparables entre la consommation et le loisir sont suffisantes pour générer une corrélation croisée parfaite entre les niveaux de consommation. Plusieurs auteurs ont exploré les conséquences de laisser tomber l'une ou les deux de ces hypothèses. Kollmann (1992) modifie le modèle de base en restreignant le nombre d'actifs financiers disponibles aux agents à des obligations non contingentes. Il montre que la corrélation croisée entre les niveaux de consommation est moins élevée, mais qu'elle reste plus élevée que la corrélation croisée entre les outputs. De plus, la corrélation croisée entre les niveaux d'investissement devient encore plus négative que dans le modèle de base avec marchés complets, qui est un résultat négatif. Cardia (1991) construit un modèle de petite économie ouverte où il n'y a que des obligations non contingentes : son texte met l'accent sur la corrélation entre l'épargne nationale et le niveau d'investissement engendrée par son modèle.

Stockman et Tesar (1990) construisent un modèle à deux pays où il y a un bien non échangeable produit par chaque pays ainsi qu'un bien échangeable et où il y a non-séparabilité entre les deux types de biens dans la fonction d'utilité. La corrélation croisée prédite entre les niveaux de consommation totale prédite par le modèle est considérablement moins élevée que dans le modèle de base, mais la corrélation croisée entre les niveaux de consommation du bien échangeable reste trop élevée pour être compatible avec les faits. Stockman et Tesar considèrent aussi le rôle que pourraient jouer les chocs stochastiques sur les préférences dans leur modèle. Les chocs sur les préférences peuvent faire diminuer la corrélation croisée entre les niveaux de consommation, mais les chocs sur les préférences sont particulièrement difficiles à étalonner puisqu'ils ne sont pas observables.

Devereux, Gregory et Smith (1992) analysent un modèle où il n'y a plus la séparabilité entre la consommation et le loisir dans la fonction d'utilité. Puisque le loisir est un bien pour lequel il n'existe pas de marché organisé, le partage du risque n'est pas possible pour le loisir. Ils montrent que leur modèle génère une corrélation croisée entre les niveaux de consommation qui est proche de celle qui est observée. Une conséquence secondaire de la spécification de leur modèle est de modifier les conditions du premier ordre, pour l'emploi par rapport au modèle de base (voir les équations 10 et 11), qui ne dépendent plus de l'utilité marginale de la consommation. Ceci a pour effet de rompre le lien entre les marchés du travail dans les deux pays, le lien qui est capté par l'équation (14). La corrélation croisée entre les niveaux d'emploi dans les deux pays n'est plus nécessairement négative et en fait devient égale à la corrélation croisée entre les niveaux de technologie dans les deux pays. En fait, l'emploi dans chaque pays ne dépend que de paramètres structurels et du niveau contemporain de la technologie de production. La substitution intertemporelle, qui est présente dans notre modèle de base par le biais des équations (10) et (11) (qui créent un lien entre les utilités marginales de la consommation en période t et en

période $t+1$), est complètement absente de leur modèle. Pour cette raison, leurs résultats reposent sur une spécification de la fonction d'utilité qui est très restrictive.

BKK soulignent le fait que les prédictions du modèle concernant les corrélations croisées doivent être semblables aux prédictions d'un modèle d'économie fermée avec plus d'un secteur de production. Les différences seraient dues uniquement à la mobilité de la main-d'oeuvre entre les différents secteurs en économie fermée. Or, il existe un modèle d'économie fermée qui prédit une transmission intersectorielle *positive* du cycle économique. Il s'agit d'un des premiers modèles qui s'inscrivent dans le courant des modèles MCR, celui de Long et Plosser (1983). La différence fondamentale entre ce modèle et le modèle de base développé dans cet article est l'introduction de biens intermédiaires dans les fonctions de production sectorielles. Un choc technologique positif dans un secteur provoque une augmentation de la demande des biens produits par les autres secteurs et induit des corrélations positives entre les productions de secteurs différents même si les chocs technologiques sectoriels sont indépendants. Il est important de noter que ce résultat ne dépend pas de la mobilité de la main-d'oeuvre entre les différents secteurs de l'économie. Les hypothèses particulières de leur modèle (fonctions de production Cobb-Douglas et taux de dépréciation du capital égaux à 100 %) ont pour résultat que l'emploi dans chaque secteur et l'emploi total restent constants. Cette voie, de considérer les effets de la désagrégation du secteur des biens et services avec l'introduction de biens intermédiaires dans les fonctions de production, a été peu explorée pour le moment par les chercheurs.

Le texte de Costello et Praschnik (1993) est une exception à cette règle. Ils construisent un modèle à deux pays qui engendre une corrélation croisée positive entre les niveaux d'output. Il y a deux secteurs de production dans chaque pays : un secteur qui produit un bien final qui est utilisé à des fins de consommation et d'accumulation de capital, et un secteur qui produit un bien intermédiaire qui est utilisé dans la production du bien final. Les deux types de bien sont échangeables. Le modèle engendre une corrélation croisée positive entre les niveaux d'output total et les niveaux d'output de chacun des deux types de bien. La corrélation croisée entre les niveaux d'output total est assez positive pour être compatible avec les corrélations observées pour certaines paires de pays (États-Unis et Japon, par exemple). Néanmoins, la corrélation croisée engendrée par le modèle entre les niveaux de consommation est égale à un. Les auteurs ne rapportent pas la corrélation croisée entre les niveaux d'investissement engendrée par leur modèle.

McCurdy et Ricketts (1991) ont construit un modèle où il n'y a pas de bien intermédiaire en tant que tel, mais où il y a une restriction sur les processus d'accumulation de capital. Seulement l'output domestique peut être investi pour faire augmenter le stock de capital, ce qui modifie la contrainte des ressources globales de l'équation (5). Le modèle réussit à prédire l'ordre relatif des corréla-

tions croisées entre les consommations, les résidus de Solow et les outputs. Ceci constitue un résultat important. Or, la structure de leur modèle est assez particulière : les biens d'investissement sont complètement non échangeables entre les deux pays. De plus, il n'est pas clair à quel point le résultat est dû à l'hypothèse concernant la technologie d'investissement ou à d'autres modifications au modèle de base qui sont introduits simultanément²⁴.

La transmission négative du cycle provient de l'incitation à utiliser les ressources où elles sont les plus productives. Pour cette raison, il n'est pas surprenant que les chocs technologiques mènent à une corrélation négative entre les niveaux d'investissement et entre les produits réels. Il semblerait logique d'introduire dans les modèles de la transmission internationale du cycle des mécanismes de propagation par lesquels d'autres types de chocs pourraient avoir des effets réels importants.

Roche (1994) introduit les dépenses gouvernementales dans un modèle à deux pays. Les chocs sur les dépenses fiscales modifient un peu les corrélations croisées prédites par le modèle, mais non suffisamment pour renverser l'ordre relatif des corrélations croisées entre les niveaux d'output, les résidus de Solow et les niveaux de consommation. L'impact des chocs sur les dépenses fiscales n'est pas assez important pour modifier substantiellement les prédictions du modèle. Ces résultats montrent qu'il serait nécessaire d'introduire des mécanismes qui amplifient l'effet des chocs autres que les chocs technologiques.

Les rigidités nominales constituent un des mécanismes possibles. D'autres chercheurs ont déjà montré dans le cadre de modèles d'économie fermée que la présence de rigidités nominales peut augmenter les effets réels de chocs monétaires (Cho et Cooley, 1992) et fiscaux (Cho et Phaneuf, 1993). Il y a encore très peu d'exemples de l'intégration de rigidités nominales dans des modèles d'équilibre général à plus d'un pays. Cho et Roche (1992) introduisent une rigidité nominale afin d'analyser l'impact de chocs monétaires dans un modèle à deux pays, mais ils n'explorent pas toutes les conséquences du modèle pour les corrélations croisées entre les agrégats macroéconomiques.

CONCLUSION

Nous avons analysé les propriétés d'un modèle dynamique simple de la transmission internationale du cycle économique et nous avons comparé les prédictions de ce modèle avec les faits. Il est clair que le modèle de base est incapable de capter plusieurs caractéristiques fondamentales des corrélations croisées entre les agrégats macroéconomiques. Ensuite, nous avons recensé des textes récents qui contiennent des modèles qui sont des extensions au modèle simple. Ces modèles peuvent remédier au moins partiellement aux carences du modèle de base.

24. Ils introduisent la monnaie par le biais d'une contrainte de paiement préalable en espèces et des taux de croissance tendanciels qui sont asymétriques entre les deux pays.

Pour l'instant, il n'existe pas un seul modèle qui est cohérent avec les faits caractéristiques de la transmission internationale du cycle économique. Il y a quelques exemples de modèles qui renversent l'ordre relatif des corrélations croisées de la consommation, des résidus de Solow et des outputs (McCurdy et Ricketts, 1991 ; Devereux, Gregory et Smith, 1992), mais les résultats de ces modèles sont très sensibles à des petits changements des hypothèses décrivant les préférences ou les technologies de production. Il nous semble que les voies les plus intéressantes à poursuivre dans les recherches futures sont l'analyse des effets des rigidités nominales d'une part²⁵, et d'autre part un enrichissement de la structure du marché des biens et services.

BIBLIOGRAPHIE

- AMBLER, STEVE (1991), « Les modèles du cycle économique face à la corrélation productivité-emploi », *L'Actualité économique ; Revue d'analyse économique*, 67 : 532-48.
- AMBLER, STEVE, LOUIS PHANEUF, et ÉRIC GIRARD (1994), « Dépenses publiques et cycle économique », miméo, Centre de recherche sur l'emploi et les fluctuations économiques, Université du Québec à Montréal.
- ARMINGTON, PAUL (1969), « A Theory of Demand for Products Distinguished by Place of Production », *International Monetary Fund Staff Papers*, 27 : 488-526.
- BACKUS, DAVID, et PATRICK KEHOE (1992), « International Evidence on the Historical Properties of Business Cycles », *American Economic Review* 82 : 864-88.
- BACKUS, DAVID, PATRICK KEHOE, et FINN KYDLAND (1992), « International Real Business Cycles », *Journal of Political Economy* 101 : 745-75.
- BACKUS, DAVID, PATRICK KEHOE, et FINN KYDLAND (1994), « Dynamics of the Trade Balance and the Terms of Trade : The J-Curve ? », *American Economic Review* 84 : 84-103.
- BACKUS, DAVID, PATRICK KEHOE, et FINN KYDLAND (1995), « International Business Cycles : Theory and Evidence », dans THOMAS F. COOLEY (éd.), *Frontiers of Business Cycle Research*, Princeton University Press, Princeton, NJ.
- BAXTER, MARIANNE, et MARIO CRUCINI (1991), « Business Cycles and the Asset Structure of Foreign Trade », miméo, University of Rochester.

25. Nous croyons que les rigidités nominales pourraient aussi aider à expliquer la variabilité élevée des termes d'échange que nous observons dans les données. Mussa (1979) est le premier à noter que la variabilité des termes de l'échange a été beaucoup plus élevée depuis la chute du système de taux de change fixes de Bretton Woods. Nous sommes d'accord avec son jugement qu'il est très difficile d'expliquer cette différence entre les deux régimes de taux de change avec un argument qui n'est pas fondé sur l'existence de rigidités nominales.

- BAXTER, MARIANNE, et MARIO CRUCINI (1993), « Explaining Saving-Investment Correlations », *American Economic Review* 83 : 416-36.
- BLANCHARD, OLIVIER, et CHARLES KAHN (1980), « The Solution of Linear Difference Equations under Rational Expectations », *Econometrica* 48 : 1305-11.
- CARDIA, EMANUELA (1991), « The Dynamics of a Small Open Economy in Response to Monetary, Fiscal and Productivity Shocks », *Journal of Monetary Economics* 28 : 411-34.
- CHO, JANG-OK, et THOMAS F. COOLEY (1992), « The Business Cycle with Nominal Wage Contracts », miméo, University of Rochester (à paraître dans *Economic Theory*).
- CHO, JANG-OK, et LOUIS PHANEUF (1993), « A Business Cycle Model with Nominal Wage Contracts and Government », miméo, Centre de recherche sur l'emploi et les fluctuations économiques, Université du Québec à Montréal.
- CHO, JANG-OK, et MAURICE ROCHE (1992), « An International Business Cycle Model with Money », miméo, Queen's University.
- COSTELLO, DONNA, et JACK PRASCHNIK (1993), « Intermediate Goods and the Transmission of International Business Cycles », miméo, University of Western Ontario.
- DEVEREUX, MICHAEL, ALLAN GREGORY, et GREGOR SMITH (1992), « Realistic Cross-Country Consumption Correlations in a Two-Country, Equilibrium Business Cycle Model », *Journal of International Money and Finance* 11 : 3-16.
- FARMER, ROGER (1993), *The Macroeconomics of Self-Fulfilling Prophecies*, MIT Press, Cambridge, MA.
- FELDSTEIN, MARTIN, et CHARLES HORIOKA (1980), « Domestic Saving and International Capital Flows », *Economic Journal* 90 : 314-29.
- FRENKEL, JACOB, et ASSAF RAZIN (1992), *Fiscal Policies and the World Economy*, Deuxième édition, MIT Press, Cambridge, MA.
- HAIRAULT, JEAN-OLIVIER (1992), « Présentation et évaluation du courant des cycles réels », *Économie et Prévision* 106 : 1-22.
- HANSEN, GARY D. (1985), « Indivisible Labor and the Business Cycle », *Journal of Monetary Economics* 16 : 309-27.
- HANSEN, GARY D., et RANDALL WRIGHT (1992), « The Labor Market in Real Business Cycle Theory », *Federal Reserve Bank of Minneapolis Review* 16 : 2-12.
- HEAD, ALLEN (1994), « Country Size, Aggregate Fluctuations and International Risk Sharing », miméo, Queen's University (à paraître dans la *Revue canadienne d'économique*).
- KING, ROBERT, CHARLES PLOSSER, et SERGIO REBELO (1987), « Production, Growth and Business Cycles : Technical Appendix », miméo, University of Rochester.

- KOLLMANN, ROBERT (1992), « Consumption, Real Exchange Rates, and the Structure of International Asset Markets », miméo, Université de Montréal.
- KYDLAND, FINN, et EDWARD C. PRESCOTT (1982), « Time to Build and Aggregate Fluctuations », *Econometrica* 50 : 1345-70.
- LONG, JOHN, et CHARLES I. PLOSSER (1983), « Real Business Cycles », *Journal of Political Economy* 91 : 39-69.
- MCCURDY, THOMAS, et NICHOLAS RICKETTS (1991), « An International Economy with Country-Specific Money and Productivity Growth Processes », miméo, Queen's University.
- MENDOZA, ENRIQUE (1991), « Real Business Cycles in a Small Open Economy », *American Economic Review* 81 : 797-818.
- MENDOZA, ENRIQUE (1992), « The Effects of Macroeconomic Shocks in a Basic sEquilibrium Framework », *International Monetary Fund Staff Papers* 39 : 855-89.
- MUSSA, MICHAEL (1979), « Empirical Regularities in the Behavior of Exchange Rates and Theories of the Foreign Exchange Market », *Carnegie-Rochester Series on Public Policy* 11 : 9-57.
- PRESCOTT, EDWARD C. (1986), « Theory Ahead of Business-Cycle Measurement », *Federal Reserve Bank of Minneapolis Review* 10 : 9-22.
- ROCHE, MAURICE (1994), « Government Spending Shocks in a Two-Country Model of the Business Cycle », miméo, Queen's University (à paraître dans la *Revue canadienne d'économie*).
- STOCKMAN, ALAN (1990), « Real Business Cycles in Open Economy Macroeconomics », *American Economic Review* 80 : 134-8.
- STOCKMAN, ALAN, et LINDA TESAR (1990), « Tastes and Technology in a Two-Country Model of the Business Cycle : Explaining International Comovements », miméo, University of Rochester.
- ZIMMERMANN, CHRISTIAN (1994a), « International Trade over the Business Cycle : Stylized Facts and Remaining Puzzles », miméo, Centre de recherche sur l'emploi et les fluctuations économiques, Université du Québec à Montréal.
- ZIMMERMANN, CHRISTIAN (1994b), « Real Business Cycles in Open Economies », thèse de doctorat, Carnegie Mellon University.
- ZIMMERMANN, CHRISTIAN (1994c), « International Real Business Cycles among Heterogeneous Countries », miméo, Centre de recherche sur l'emploi et les fluctuations économiques, Université du Québec à Montréal.